

MERIDIANE SFERICHE A FORO SOMMITALE, SFS, D'EPOCA ROMANA; CALCOLO CON "RIGA E COMPASSO". PAOLO ALBERI-AUBER

ESTRATTO

Uno dei tipi più diffusi tra gli orologi solari d'epoca greco-romana è quello a semi-sfera disposta con apertura verso Sud con foro gnomonico sommitale (Gibbs: *Roofed Spherical Variant*): ad Aquileia ne sono stati trovati diversi e se ne contano, conservati nel giardino del Museo o adiacenze, almeno 6 alcuni in discrete condizioni più tre frammenti.

Nessuna evidenza ci è stata tramandata dai matematici del passato sulle modalità di calcolo del tracciato sulla sfera cava con gnomone eccentrico. In questo caso il calcolo, anche con i mezzi moderni, non è né semplice né immediato. È stato proposto dal collega Gunella che il calcolo avvenisse a partire da una specie di "sciaterra" disposto al di sopra del foro in modo da poter riprodurre tutte le posizioni geometriche (angolo orario e declinazione) del Sole durante l'anno.

Qui viene proposto un metodo di calcolo che, una volta individuati i cerchi sezionati dai piani orari, a partire dal loro diametro, permette di posizionarli in modo univoco e, grazie alle rette proiettanti alle varie declinazioni, individuare così qualsiasi punto ombra (punto luce) desiderato. Il diametro del cerchio orario sezionato si può fare con calcolo trigonometrico ma anche tramite un metodo esclusivamente geometrico (riga e compasso): quest'ultima costruzione potrebbe quindi essere quella impiegata dagli antichi matematici greci o in alternativa al metodo proposto dal collega Gunella ovvero per un reciproco controllo dei due metodi. Ambedue i metodi di calcolo dei diametri orari vengono illustrati in dettaglio.

Un modellino in scala comprende le dime in cartoncino utilizzate nel tracciamento viene proposto per visione.

Una dimostrazione "in vivo" presso il Museo di Aquileia è in programma.

Le meridiane semisferiche nel Nord-Est al tempo dei romani.

Il noto catalogo Gibbs riporta per il tipo "Roofed Spherical Variant" ben 23 oggetti ripartiti su diversi musei e diverse provenienze: Altino, Aquileia, Udine (da Aquileia), Pola (HR), Trieste, Spalato (da Salona, HR), Volterra, Bologna (da ?), Pompei, Madrid (da Belo, Cadice S P), Berlino (da ?).

Di questi oggetti almeno 9 (compresi i frammenti) sono stati ritrovati ad Aquileia; gli oggetti di Altinate (Altino) e Pola potrebbero provenire dalla stessa mano (o dalla stessa bottega). Le altre località nominate ne hanno dati 1 o 2 al massimo cadauna.

Altri orologi di questo tipo sono stati catalogati, successivamente alla pubblicazione del catalogo Gibbs, almeno due da zone viciniori ad Aquileia: la località di Loke, vicino a Gorizia e Concordia Sagittaria (VE).

Ravenna era una città raggiungibile per via d'acqua¹ da Aquileia come Altino: ebbene il famoso "conchincollo", un oggetto piuttosto simile a quello esistente al Museo di Udine, potrebbe avere anch'esso la medesima provenienza, come è stato già ipotizzato.

Con ciò non si vuol asserire che ad Aquileia potesse esserci una scuola di matematici - astronomi - gnomonisti, tutt'altro. Si trattava di bravissimi artigiani e le loro opere sono disponibili per noi a testimoniarlo. Evidentemente ad Aquileia, oltre al materiale adatto, la pietra calcarea di Aurisina sul Carso Triestino, doveva esserci una tradizione di marmisti piuttosto abili nello scavare le semi-sfere e nell'adattare al blocco di materiale disponibile i profili del tracciato gnomonico.

Roofed Spherical Variant (RSV)

Il catalogo Gibbs definisce questo tipo di orologio solare come "Roofed Spherical Variant"; siccome in pratica

¹ Un monumento così pesante si poteva trasportare solo su natante.

esso risulta poco noto dobbiamo "obtorto collo" accettare la definizione inglese della Gibbs ed eventualmente tentarne una traduzione. Nicola Severino lo ha fatto nel suo aggiornamento di meridiane romane traducendo

"Meridiana sferica a tetto".

La mia proposta sarebbe invece:

"Orologio solare a semisfera con foro sommitale"

oppure semplicemente:

"semi-Sfera con Foro Sommitale (SFS)"

Insistere su questa dicitura in quanto, come si vedrà in questo studio esiste una base astronomica del quadrante che richiede la presenza del foro esattamente sulla sommità della sfera.

Nell'elenco di orologi solari di Vitruvio (IX,7,1) non mi sembra di poter riconoscere nessuna dicitura che si possa avvicinare al tipo in studio.²

Dato che si tratta di un tipo piuttosto diffuso che non poteva sfuggire all'attenzione di uno studioso come Vitruvio si potrebbe persino dedurne che venne inventato dopo la stesura del "De Architectura" (2° metà del 1° secolo a.C.)

Il modello, così frequente ad Aquileia, sembra un tipo molto interessante e di questo intendo parlare.

Non risulta che dai matematici del passato ci sia pervenuta la più vaga parvenza di un metodo di calcolo. Al contrario A. Gunella si è interessato dell'argomento su Gnomonica UAI nel gennaio 1999 offrendoci un metodo progettuale che parte da una rappresentazione "fisica" (tipo: sciaterra) in legno dei coni di declinazione disposti in modo adatto nei confronti del foro proiettante scavato sulla sommità della sfera. Lo spunto, per Gunella, parte da una pubblicazione del Museo Nazionale di Madrid in cui viene descritto, da parte di persona assai com-

² L'unica opzione da prendersi in esame ossia "...hemispherium..." si può scartare in quanto "Scaphen vel hemispherium..." sembra molto puntualmente da collegarsi ad una semisfera rivolta verso lo zenit. Tra l'altro fra le nostre **SFS** praticamente nessuna è una semisfera completa, sono, quelle esaminate da me, tutte troncate.

petente ma non gnomonista, uno degli orologi elencati dalla Gibbs, quello proveniente da Belo(Cadice, SP).

Calcolare un orologio solare a Semi-Sfera con Foro Sommitale, SFS

Matematicamente, ragionando con la disponibilità dei metodi di calcoli odierni, a parte la risoluzione di equazioni di grado IV³, si potrebbe procedere nel modo seguente: avendo a disposizione azimut e altezza di ogni raggio proiettante si potrebbe descrivere i punti della sfera con un sistema di coordinate adatto e trovare le soluzioni in comune⁴. Una metodica basata sul calcolo di altezza e azimut dei raggi solari è stata proposta da Giuseppe Zuccalà quando studiò il Conchincollo di Ravenna⁵.

Questi metodi farebbero pendant con il metodo di Gu-nella, trasferito al nostro mondo tecnologico moderno. Come si è visto, è molto probabile che ad Aquileia ci fossero solo degli artigiani che ricopiavano, forse da un modello gelosamente custodito in qualche bottega⁶, un orologio solare proveniente dal mondo greco. Se c'era qualcuno, e qualcuno c'era sicuramente stato, in grado di realizzare questo tipo di orologio solare senza ricopiarlo ma a partire da una base teorica corretta doveva appartenere alla scuola dei matematici greci. Qui si inserisce la mia ricerca.

Perché una meridiana sferica a foro sommitale?

Le **SFS** ritrovate sinora sono quasi tutte prive del foro gnomonico sommitale e ciò per un motivo molto semplice: quanto più si desidera che in prossimità del sorgere-tramontare il tracciato risulti rispondere al corretto profilo matematico tanto più deve essere esile la sommità della sfera. È comprensibile quindi che in tanti secoli il debole "tetto" (roof) di questi orologi solari si sia irrimediabilmente danneggiato. Purtroppo questo processo di degrado non sembra arrestarsi nonostante tutte le cautele messe in atto. In **Fig. 1** la foto della meridiana **SFS** che attualmente si trova sul viale del porto fluviale di Aquileia così come era nel 1972: l'immagine del Sole sul tracciato risulta abbastanza ben delineata e di forma rotondeggiante mentre

³ Una trattazione completa e rigorosa (Lumaca di Pascal) ma con scarsi risvolti pratici è stata proposta da Joseph Drecker (1924) e anche da Denis Savoie(2001), vedi Bibliografia.

⁴ Se il metodo da me in seguito proposto può sembrare macchinoso e complesso non ci si illuda così di semplificare molto le cose ; un foglio di calcolo può facilitare enormemente i calcoli ma poi al momento di lavorare su di una sfera cava nessun plotter ci potrà aiutare a trasferire facilmente da un piano il nostro tracciato.

⁵ Il libro di Mario Arnaldi , con l'appendice informatico-matematica di Zuccalà , è ben noto agli gnomonisti italiani (vedi Bibliografia)

⁶ E' chiaro che una volta fatto un **SFS** ricopiato altri artigiani potevano a loro volta ricopiarlo pur non disponendo del modello originale. Senza contare che lo stesso modello "originale" poteva essere a sua volta una copia.

oggi (foto sotto) il foro è enormemente più grande molto sformato e slabbrato per cui non più di un foro si tratta ma di una enorme apertura sulla sommità; manca veramente poco perché si rompa quell'ultimo diaframma e così anche questa meridiana **SFS** risulterà completamente priva della sommità (ROOF) in pietra come tutte le altre che si trovano all'interno del cortile del Museo Archeologico di Aquileia.

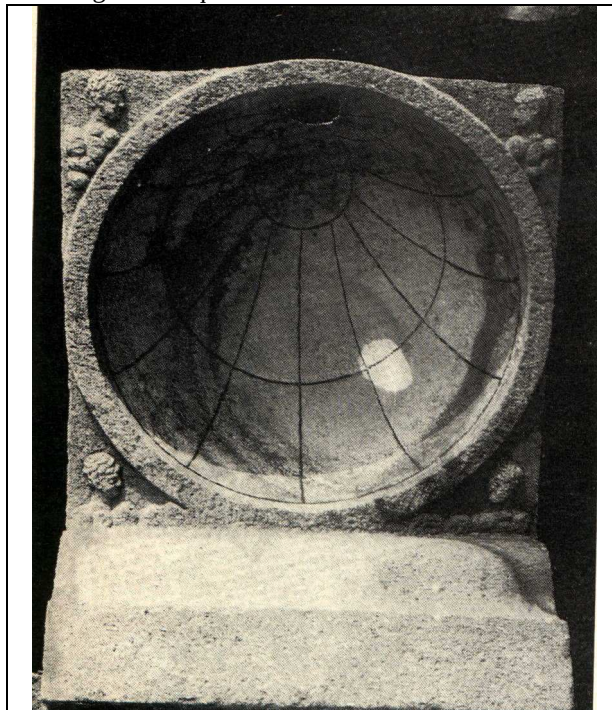


Figura 1- Un'immagine del 1972 (sopra) dell'orologio solare attualmente sul viale del Porto Fluviale di Aquileia e la situazione attuale di degrado (sotto).

Vale comunque la pena di indagare come si comportano le linee diurne in prossimità del foro, ossia in prossimità del sorgere o del tramontare: si tratta di una curiosità matematica perché è evidente che nessun materiale lapideo potrà essere lavorato così sottile da garantire la penetrazione del raggio solare e fornire un'impronta luminosa credibile.

Nel mondo greco la ricerca sull'argomento delle meridiane sferiche a gnomone eccentrico, una categoria entro cui senza esitazioni si può catalogare la nostra SFS, deve essere stata piuttosto vasta e approfondita se ci è pervenuto uno "scaphen" dotato di ben due gnomoni eccentrici distinti (Pergamo).

Qui a mio avviso l'interesse del progettista poteva essere quello di ottenere una meridiana che porti il *segnale sciaterico del tramonto nello stesso punto dove si trovava al sorgere del Sole*: la proposta di una specie di illusione che il tempo di un giorno intero di luce non sia trascorso e che tutto possa in qualche modo ricominciare da capo.

Insisto su questo concetto ed infatti in **Fig.2** illustro l'andamento delle linee diurne fino all'estremo limite del foro gnomonico: nel mio schizzo si riconoscono gli azimut del sorgere e del tramontare al solstizio invernale, al solstizio estivo e agli equinozi. La semiapertura di questo doppio angolo dell'azimut risulterebbe, alle nostre latitudini, di circa 35/36°, un valore che cresce con la latitudine stessa. A volte questi valori si sono trovati in casi di architetture medievali che sottendono significati esoterici, magici o religiosi.

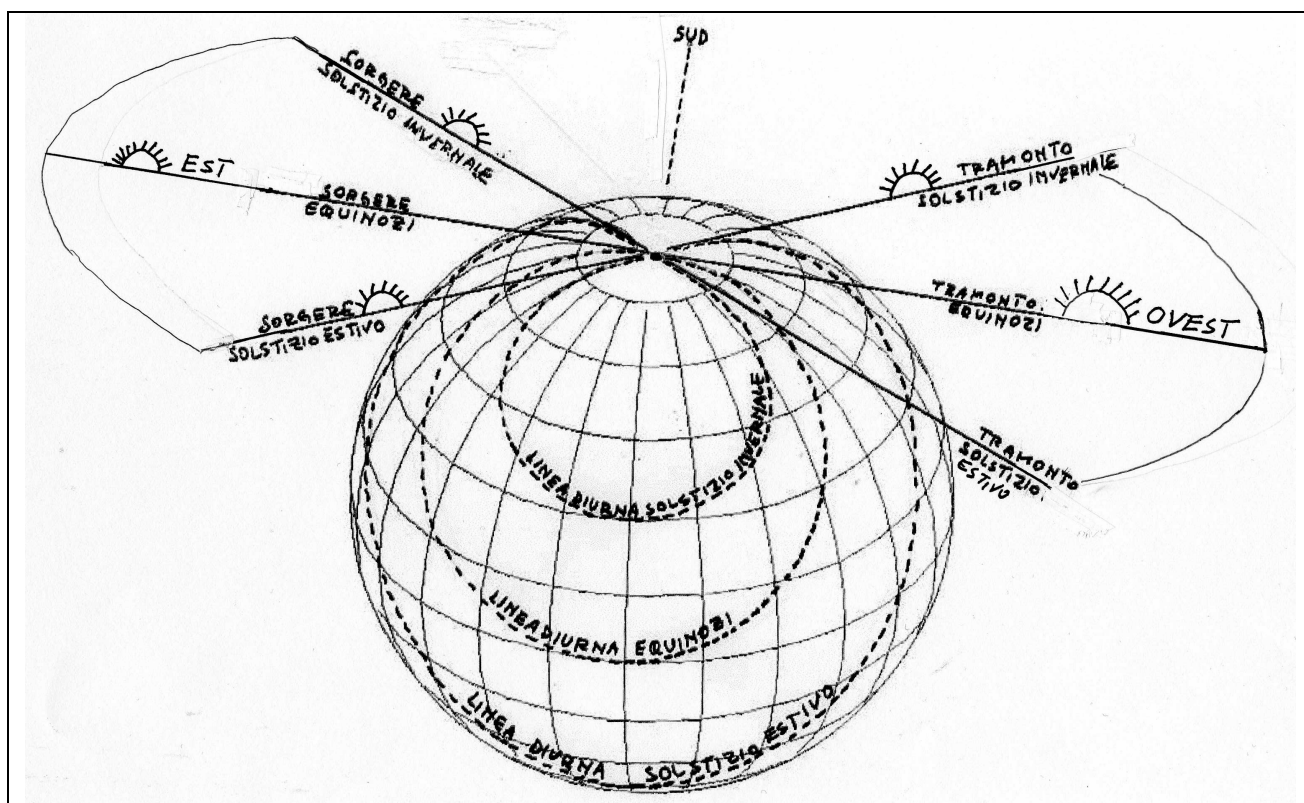


Figura 2- Il segnale gnomonico ricupera al tramontare esattamente la stessa posizione del sorgere (azimut speculare): il progettista dell'orologio solare SFS, un matematico greco, poteva essersi fatto suggestionare da questa singolarità. La sfera va immaginata in trasparenza e osservata da nord. Essa è tracciata con l'aiuto del programma "Sfera" di Gianni Ferrari

La **Fig. 2** illustra anche (NB: la sfera è vista in trasparenza e dal di dietro, ossia da Nord) l'andamento delle linee diurne:

- agli equinozi si tratta ovviamente di un cerchio equinoziale
- al solstizio invernale la linea diurna, una curva del IV ordine, presenta una cuspidine in corrispondenza del sorgere - tramontare, con ovvia discontinuità della derivata. In corrispondenza (limite) del sorgere la li-

nea diurna risulta tangente al raggio solare orizzontale; lo stesso accade al tramontare; la linea diurna sembra una "pera"

- al solstizio estivo la curva presenta due singolari protuberanze verso Sud (ed infatti il Sole sorge a Nord del foro gnomonico); anche qui lo stesso comportamento a cuspidine con discontinuità della derivata. Volendo trovare un'analogia come nel caso precedente si ha l'andamento di una "mela sezionata".

Un metodo “riga e compasso”⁷ per progettare correttamente una SFS

Il metodo da me proposto si basa sull’idea che i piani orari, tutti incardinati sull’asse terrestre, intercettano sulla sfera dei cerchi tutti diversi l’uno dall’altro: naturalmente non si tratterà di cerchi massimi, come nel caso particolare di **Fig. 3**, e il loro calcolo si può ottenere, con procedimento grafico, come in **Fig. 4**. Qui il calcolo è stato fatto per una latitudine di 44°. Il sistema automatico di quotatura di AutocadLT consente di confrontare la congruenza dei risultati con quelli ottenuti per via di calcolo con Mathcad (vedi in seguito).

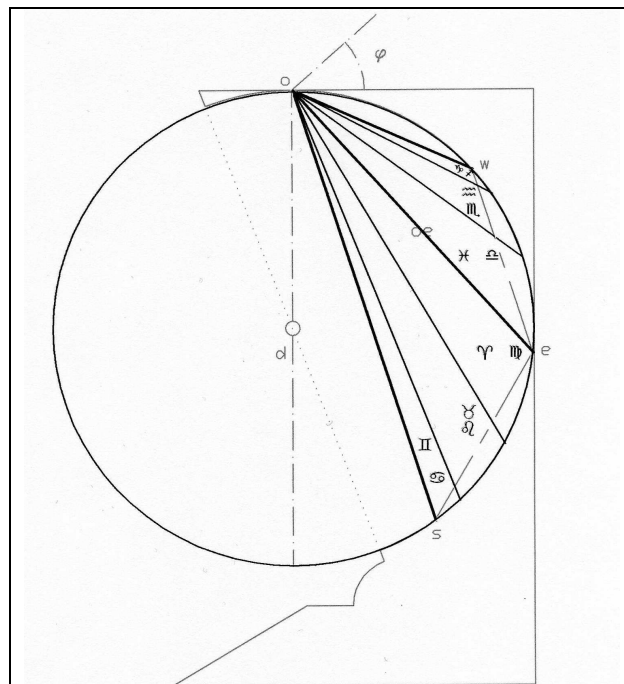


Figura 3-L’analemma (piano meridiano) individua il cerchio sezionato sulla sfera; qui si riconoscono assai facilmente il cerchio equinoziale (oe) e il ventaglio dei raggi proiettanti uscenti da o durante l’anno.

⁷ Al giorno d’oggi per fare dei calcoli si può usare il disegno cad (ad esempio AutocadLT che è alla portata di tutte le tasche)

grazie alla funzione “quotatura”. Questa metodica rende il cad equivalente, mutatis mutandis, al metodo degli antichi “riga e compasso”.

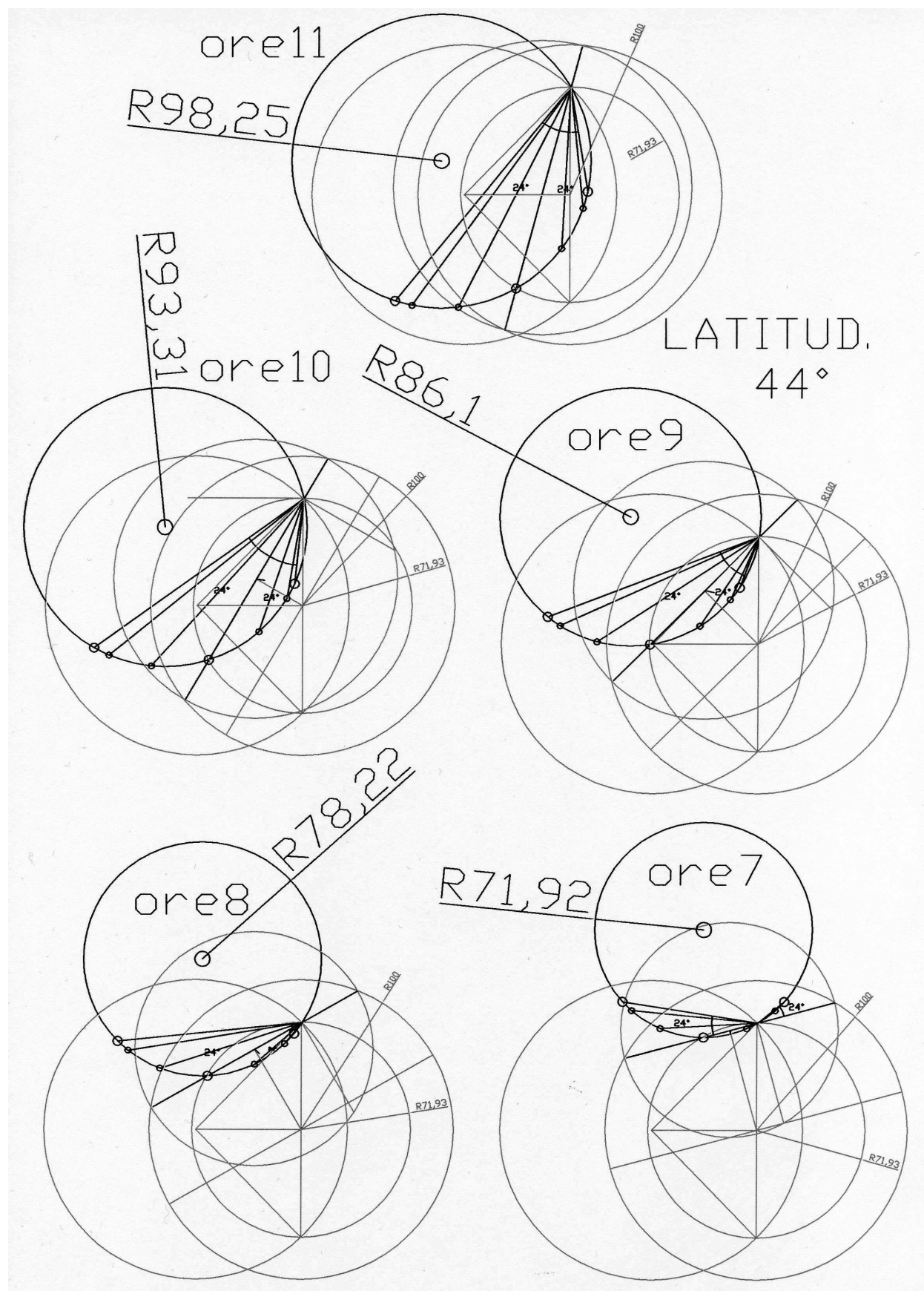


Figura 4- AutocadLT consente, non senza qualche moderna comodità(!), di riprodurre la modalità d'uso degli strumenti di ricerca degli antichi astronomi-matematici greci: la riga e il compasso. Dall'alto verso il basso i cerchi "osculanti" delle ore 11, 10, 9, 8, 7. La sfera ha raggio 100 normalizzato. Il cerchio equinoziale (lat. 44°) si riconosce per il raggio 71.93 (v. Fig. 7).

Su questo circolo che potremmo chiamare “osculante”⁸ è assai facile riconoscere sia

- 1) il punto proiettante sia
- 2) il punto orario sul cerchio equinoziale (quest’ultimo si può disegnare a parte; vedi Fig. 5).

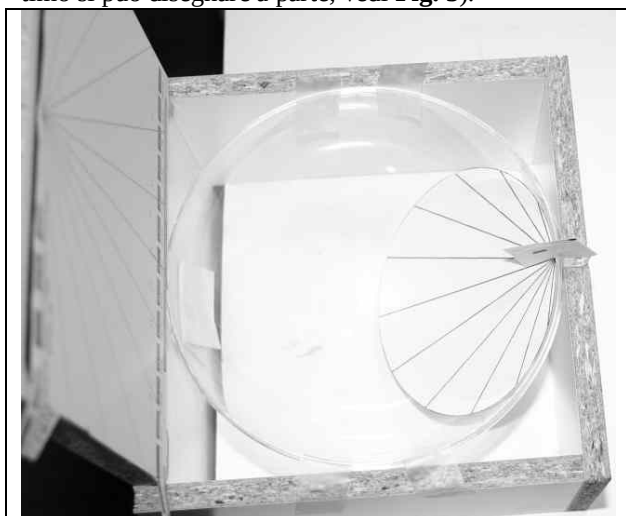


Figura 5- La prima operazione da fare è il tracciamento del cerchio equinoziale con le relative ore(uguali).

A questo punto occorre realizzare un cerchio “osculante” orario in materiale semi-rigido (ai nostri giorni il cartoncino da 270 grammi /mq va benissimo tanto più che viene accettato da quasi tutte le stampanti) e quindi se le dimensioni abbastanza grandi della sfera lo consentono si può con qualche accorgimento tenere fissi i due punti suddetti e far ruotare il cerchio “osculante” finché esso, appunto, “oscula” la sfera ovvero si adatta esattamente sulla superficie sferica; vedi Fig. 6. Infatti al di là di un certo limite la sfera impedisce la rotazione ulteriore del cerchio di cartoncino ed è lì che si riconosce sulla sfera la sezione del piano orario: a questo punto sul cerchio “orario” della sfera anche i punti di declinazione diversa da zero possono essere riportati sul quadrante sferico.

Il procedimento è valido per qualsiasi angolo orario e per qualsiasi valore di declinazione e quindi permette di individuare qualsiasi punto ombra(o meglio:punto luce) voluto.

Geometricamente(riga e compasso), come si è visto, il problema di calcolare i diametri dei cerchi “osculanti” non è difficile: nonostante ciò, visto che viviamo nel 21° secolo, niente di male se ci facciamo aiutare da un foglio di calcolo. Nel mio caso direi che è stato indispensabile avendo fatto e rifatto i calcoli per sfere di diversi diametri e per diverse latitudini. In Fig. 7 il calcolo⁹ per la latitudi-

ne di 44° e per una sfera del diametro normalizzato 100¹⁰. Ho trovato in un negozio di “fai da te” delle sfere di plastica trasparente molto adatte per questa presentazione.

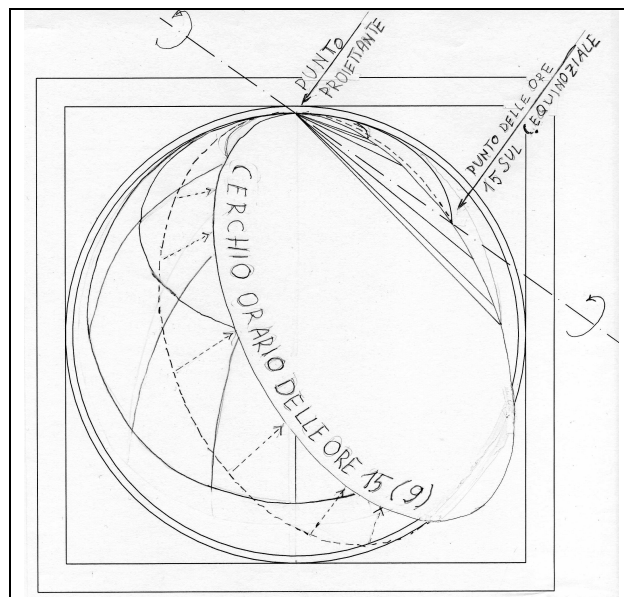


Figura 6-Il cerchio orario delle ore 15 (9) in materiale semi-rigido ruota intorno all’asse individuato da punto proiettante e punto delle ore 15 (9) sul cerchio equinoziale finché esso “oscula” la sfera; a quel punto esso rappresenta esattamente la sezione del piano orario sulla sfera. Vedi foto di Fig. 8.

$\phi_{dec} := 44$	$\phi := \phi_{dec} \cdot \frac{\pi}{180}$
$\phi = 0.768$	$R := 100 \quad H := 15 \quad H-6 = 90$
$RAGGIO(n, \phi) := R \cdot \sqrt{\sin(\phi)^2 + \cos(\phi)^2 \cdot \cos\left(n \cdot H \cdot \frac{\pi}{180}\right)^2}$	
$RAGGIO(1, \phi) = 98.252$ $RAGGIO(2, \phi) = 93.308$ $RAGGIO(3, \phi) = 86.097$ $RAGGIO(4, \phi) = 78.225$ $RAGGIO(5, \phi) = 71.918$	
Il raggio del cerchio equinoziale è il raggio della sfera X il cos della latitudine $RE := R \cdot \cos(\phi) \quad RE = 71.934$	
Lo gnomone polare che raggiunge il piano orizzontale e parte dal punto proiettante e: $Lg := 2 \cdot \frac{R}{\sin(\phi)} \quad Lg = 287.911$	

Figura 7- Il calcolo geometrico proposto si fa piuttosto agevolmente anche tramite calcolo trigonometrico.

⁸ ...anche se in realtà non approssima un bel niente ma rappresenta esattamente la sezione circolare cercata; la parola “osculante” richiamerebbe un concetto di approssimazione che qui è assente.

⁹ Preferisco riportare formule trigonometriche solo come immagini ottenute tramite scanner direttamente da foglio di calcolo; il procedimento e i risultati (ottenuti dal foglio di c.) garantiscono la validità della formula.

¹⁰ Il Foglio di calcolo è Mathcad della ditta Mathsoft, Londra, New York

Se la sfera è di dimensioni abbastanza grandi¹¹ non sarà disagiata bloccare in qualche modo i due punti suddetti e far ruotare il cerchio osculante come una bandiera. Se invece si vuole realizzare un modello assai più piccolo così come mi sono proposto di fare io per una presentazione a dei colleghi è opportuno creare delle dime che si allungano fino al punto d'incontro fra piano orizzontale tangente alla sfera nel suo punto più basso e su questo piano tracciare le rette orarie. Questo facilita molto la ricerca della posizione osculante del cerchio orario: si tratta, se volgiamo, di una certa ridondanza di dati gnomonici che ci aiuterà moltissimo a causa degli inevitabili cedimenti della rigidità del cartoncino. Vedi foto in **Fig. 8**. Il tracciamento del cartoncino che riporterà oltre che il cerchio osculante anche, nella posizione corretta, la linea oraria che dovrà cadere sul piano orizzontale, può considerarsi un esercizio di gnomonica elementare e non viene descritto.

Se si vuole tracciare una meridiana a ore astronomiche l'economia di tracciamento è veramente assai vantaggiosa perchè su di un cerchio "osculante" si possono tracciare quanti raggi di declinazione si vogliono e quindi con soli 5 cerchi di cartoncino si possono segnare sulla sfera quanti si vogliano punti di declinazione.



Figura 8- A causa della non perfetta rigidità del materiale aiuta parecchio predisporre un cartoncino adatto per il posizionamento sulla linea oraria dell'ora astronomica disegnata su di un piano orizzontale passante per il punto della sfera opposto al punto proiettante. Vedi disegno di Fig. 6.

Se al contrario, come facevano gli antichi, si vuole tracciare un orologio a ore temporarie la faccenda risulta un po' più complicata perchè ogni punto ombra richiede una dime, non solo ma sul cerchio equinoziale occorre segnare i punti orari delle ore astronomiche "di declinazione" (in pratica dei due solstizi) perchè essi, pur non facendo parte del tracciato finale, fanno fede per l'incardinamento del cerchio "orario" a bandiera. Anche

qui conviene, in caso di sfera di piccolo diametro, farsi aiutare da un tracciato orario orizzontale dove vanno segnate, sempre solo per uso "di costruzione", le linee orarie equinoziali corrispondenti alle ore invernali ed estive.

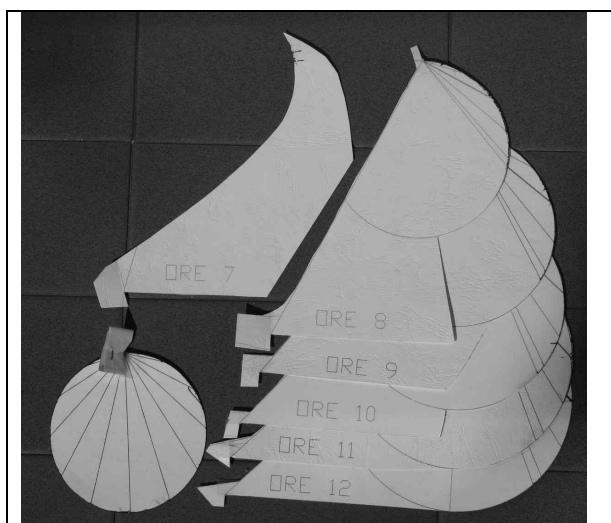


Figura 9- Il corredo di dime semi-rigide per la meridiana a ore astronomiche.

La foto di **Fig. 9** illustra il corredo di cartoncini-cerchi osculanti per un orologio solare a ore astronomiche; il cerchio equinoziale completa il corredo.

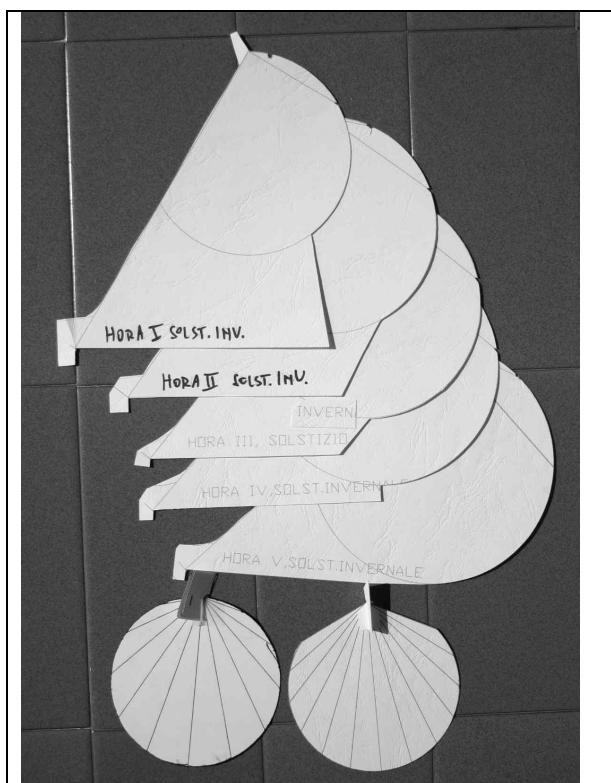


Figura 10- Una parte del corredo di dime semi-rigide (solstizio invernale) per il tracciamento di un orologio solare a ore antiche. Si riconosce il cerchio equinoziale con la raggiera di ore solstiziali.

Le foto di **Fig. 10**, **Fig. 11** illustrano il necessario per una meridiana a ore antiche; si riconoscono i cerchi equinoziali con i raggi delle ore solstiziali.

¹¹ Il cerchio di base della più piccola delle meridiane **SFS** del Museo di Aquileia ha un diametro di circa 33 cm

Anche questa variante sarebbe accettabile dai puristi del metodo “riga e compasso”.

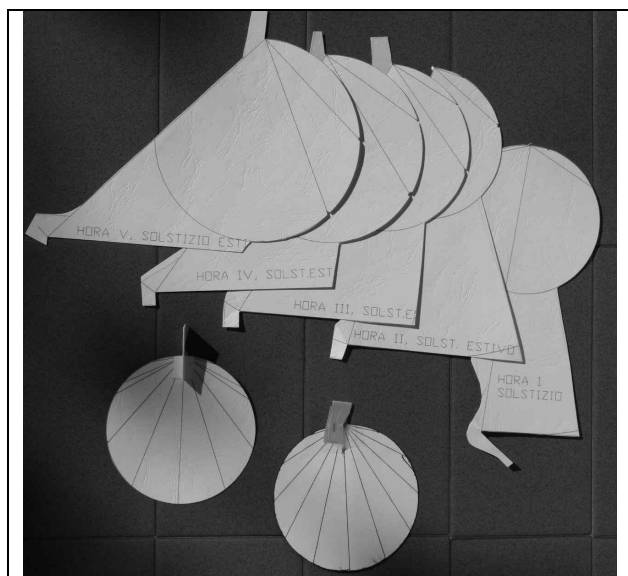


Figura 11- Le dime per le ore del solstizio estivo e i due diversi cerchi equinoziali completano il corredo per l'orologio solare a ore antiche.

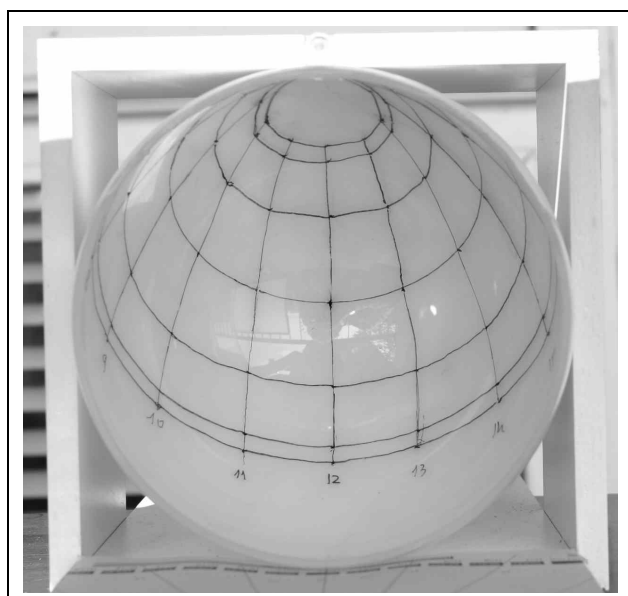


Figura 12-L' orologio solare a ore astronomiche SFS sottoposto alla prova del...sole.

La foto di **Fig. 12** illustra la meridiana **SFS** a ore astronomiche che ho realizzato con questa metodica e che conto di esibire ai colleghi al Seminario. Grazie alla facilità di tracciare sulle 7 dime il ventaglio di declinazioni ho tracciato le linee diurne per tutti i cambi di segno zodiacale. (7 linee diurne, 83 punti “luce”); per iniziare si richiede ovviamente anche una dima delle ore equinoziali.

La **Fig.13** illustra la meridiana **SFS** a ore antiche su cui con 10 dime ho potuto tracciare le linee diurne dei due solstizi mentre dai punti “luce” così determinati ho approssimato le linee orarie (33 punti “luce”); naturalmente la dima delle ore equinoziali è la stessa del caso precedente ma qui occorrono anche due dime per le ore dei due

solstizi riportate all'equinozio. Ho potuto osservare che sulle **SFS** antiche (almeno quelle di Aquileia e dintorni) molte suddivisioni orarie, specie al solstizio d'inverno, risultano macroscopicamente sproporzionate mentre il tracciato, come l'ho calcolato io, risulta molto più equilibrato e credibile. Debbo dire che ho provato una certa emozione a tracciare delle linee che si potrebbero ritrovare appena nel prototipo “greco” cui gli artigiani di Aquileia si rifacevano 1800/2000 anni fa.

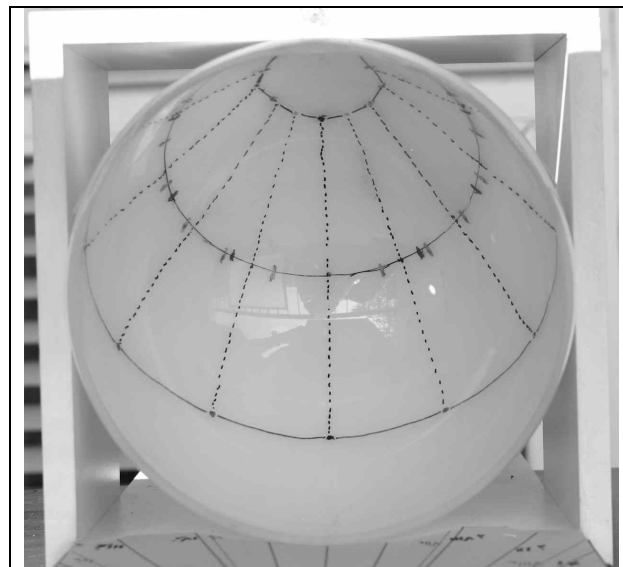


Figura 13-L'orologio solare SFS a ore antiche. Sul cerchio equinoziale si riconoscerebbero le tracce (colorate) delle ore dei solstizi necessarie per il tracciamento; sarebbero in verde le invernali e in rosso le estive.

Conclusioni

Oggidi, volendo progettare un orologio solare su superficie piana, basta impostare latitudine, declinazione della parete e lunghezza dello stilo nelle finestrelle di un programma ; in seguito dopo un certo numero di operazioni semplici, che possono anche venire rese automatiche, basta andare a ritirare il progetto completo stampato con incredibile precisione dal plotter.

Il metodo di calcolo grafico per punti da me proposto richiede invece una certa applicazione matematica ma soprattutto richiede la realizzazione di diverse dime di cartoncino e un certo lavoro manuale. Neanche un confronto con le metodiche di progettazione cui ormai siamo abituati. Nonostante ciò ritengo interessante aver descritto questa procedura fin nei minimi dettagli realizzativi perché poteva benissimo essere il metodo “riga e compasso” applicato dai matematici greci. S'intende che essi certamente non disponevano di un programma di disegno matematico come AutocadLT e questo accresce la nostra meraviglia e la nostra attonita ammirazione. Inoltre, una volta reso disponibile un metodo di calcolo univoco¹², questo

¹² Unitamente al metodo proposto da Gunella su Gnomonica genn. 1999, e al calcolo di Giuseppe Zuccalà nel 1996

tipo di meridiana potrebbe diffondersi un po' di più¹³ nei nostri parchi e giardini.

TS, 20/01/2005

Bibliografia:

- Mario Arnaldi, Giuseppe Zuccalà *"Il conchincollo l'antico orologio di Ravenna"* Essegi 1996

- Joseph Drecker, *"Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren unter Mitwirkung von Ludwig Borchardt, Joseph Drecker ...herausgegeben von Ernst von Basser-mann-Jordan, Band I"* Vereinigung Wissenschaftlichen Verleger Walter de Gruyter und Co. Berlin und Leipzig, 1925

-Sharon Gibbs *"Greek and Roman Sundials"* Yale University Press, 1976

- Alessandro Gunella: *"Come facevano?"* Gnomonica UAI, genn.1999

- Josè Maria Raya Roman, *"Reloj solar de Belo"* Boletín del Museo Archeológico Nacional, Madrid 1984

- Denis Savoie *"La gnomonique"*, Le belles Lettres, Parigi,2001

- Valnea Scrinari Santamaria, *"Museo Archeologico di Aquileia - Catalogo delle sculture romane"*, Istituto Poligrafico dello Stato,1972

-Nicola Severino, *"Orologi solari romani-aggiornamento ed integrazione del catalogo di Sharon Gibbs"*, Atti del XII Seminario Nazionale di Gnomonica, Rocca di Papa, ott. 2003.

Per il tracciamento della sfera di **Fig. 2** mi sono fatto aiutare dal programma *"Sfera"* di Gianni Ferrari.

¹³ Il metodo qui proposto si presta altrettanto bene per sfere anche di dimensioni molto più grandi; in questo caso l'impiego di dime in materiale semirigido va sostituito con espedienti adeguati.