# VISIBILITA' DI UNA MACCHIA DI SOLE IN UNA MERIDIANA **GIANNI FERRARI ESTRATTO**

Viene studiata, in modo qualitativo e quantitativo, la possibilità che una macchia di Sole o il disco di un pianeta interposto possano essere osservati nella immagine del disco solare proiettata dal foro di una meridiana a camera oscura. Vengono ricavate alcune relazioni matematiche per la ricerca delle condizioni di visibilità al variare delle diverse grandezze in gioco.

#### **PREMESSA**

Si tramanda che Keplero nel 1607, volendo osservare il transito di Mercurio sul Sole utilizzò una "camera oscura" realizzata con un foro fatto nel soffitto della sua casa.

Non vide Mercurio ma fu tratto in inganno da una macchia solare.



Immagine del Sole fotografata il 14 Gennaio 2005 da Catamo e Lucarini nella meridiana della chiesa di Formello (RM) e immagine del Sole il giorno successivo (fonte NASA).

Il gruppo di macchie n. 720 ,con dimensioni di circa 2.6x1.3 primi d'arco, è ben visibile nell'immagine stenopeica del Sole

### IL FENOMENO - GENERALITA'

Consideriamo una superficie opaca sulla quale sia stato praticato un foro mediante il quale si forma l'immagine stenopeica del disco solare su uno schermo posto parallelamente alla superficie e ad una certa distanza da essa.

Per semplicità supporremo il foro di forma circolare, il piano dello schermo normale alla direzione del raggio proveniente dal centro del disco del Sole e il rapporto fra la distanza fra foro e schermo e il diametro del foro abbastanza

Supponiamo inoltre che sul disco del Sole sia presente o una grossa macchia o un corpo interposto - come ad esempio il pianeta Venere.

### Siano:

luminanza della superficie del disco solare  $\mathbf{B}_0$ 

Bm luminanza della superficie della macchia solare o del disco di Venere proiettato sul Sole. Per le macchie si ha  $B_m/B_0 \cong 0.2 \,\square\, 0.4$  , per Venere  $B_m/B_0 \cong 0.0$ 

illuminamento dovuto al Sole sul piano perpendicolare ai raggi su cui si forma l'immagine (schermo)  $\mathbf{J}_0$ se lo schermo stesso fosse completamente illuminato - cioè in assenza della superficie opaca forata

illuminamento dovuto alla sola macchia solare sul piano perpendicolare ai raggi (se non ci fosse  $J_{m0}$ l'illuminamento dal Sole)

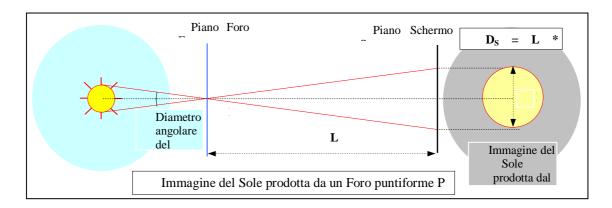
 $\Phi_s$ diametro angolare del disco solare (in radianti) – Valore medio 32' = 1/107.5 rad

Il valore J<sub>0</sub> è dovuto alla luce che proviene direttamente dal Sole e dipende dalla sua altezza sull'orizzonte, dalla eventuale velatura del cielo, dalla presenza di pulviscolo e vapore nell'atmosfera ed infine dall'angolo fra la normale al piano e la direzione dei raggi solari : valori tipici vanno da 30000 a 80000 - 100000 lux . Il valore di 100000 si può avere quando il cielo è sereno e il Sole ad una altezza di circa 50-60°. Vedi Nota alla fine del testo

- $\Phi_{m}$  diametro angolare di una macchia solare, supposta circolare (radianti) Da 1'a 3-4'
- L distanza fra il piano con foro e lo schermo in cm
- D<sub>F</sub> diametro del Foro cm
- D<sub>S</sub> "diametro" lineare o teorico della immagine del Sole prodotta da un foro puntiforme =  $L \cdot \Phi_S$
- $D_m$  "diametro" lineare della immagine della macchia prodotta da un foro puntiforme =  $L \cdot \Phi_m$ .

Se si conosce il diametro angolare della macchia in primi d'arco, si ha:  $D_m \cong \frac{\Phi_m \cdot L}{3440}$ 

Supponiamo che il rapporto L/ $D_F$  sia > 200-300 circa.



Se il Sole avesse la Luminanza di una macchia solare (cioè se tutto il disco fosse ricoperto di macchie) l'illuminamento del piano sarebbe  $J_{m0}=\frac{B_m}{B_0}\cdot J_0$ 

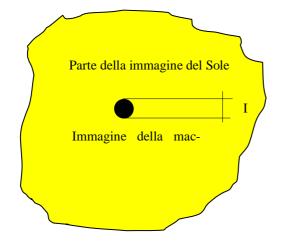
Essendo invece  $\Phi_m$  il diametro angolare della macchia (supposta per semplicità circolare) e  $\Phi_S$  quello del Sole, l'illuminamento sullo schermo dovuto alla sola macchia solare (cioè se la sorgente luminosa fosse la sola macchia solare e non ci fosse la luce dal Sole) è dato da:

$$J_{m} = J_{0} \cdot \frac{B_{m}}{B_{0}} \cdot \left(\frac{\Phi_{m}}{\Phi_{S}}\right)^{2} = J_{m0} \cdot \left(\frac{\Phi_{m}}{\Phi_{S}}\right)^{2}$$

Infine ricordando che i valori dei diametri "lineari" o teorici del Sole e della macchia sono dati da

$$D_{S} = L \cdot \Phi_{S}$$
 e  $D_{m} = L \cdot \Phi_{m}$  si ha :

$$oldsymbol{J}_m = oldsymbol{J}_{m0} \cdot \left(rac{D_m}{D_S}
ight)^2$$





Volendo ora esaminare l'immagine della macchia prodotta da un foro di diametro finito si può considerare la "superficie" di tale foro come costituita da infiniti fori infinitesimi fra loro accostati, ognuno dei quali produce una immagine del tipo "puntiforme" avente le caratteristiche sopra riportate.

Queste infinite immagini si sovrappongono fra loro e il disco scuro, immagine della macchia, prodotto da un foro puntiforme viene "ricoperto" da parte del disco del Sole che circonda la macchia scura prodotta da un foro vicino.

Si possono avere diversi casi.

### CASO CON $D_S < D_F$

Se il diametro "lineare" del Sole è minore di quello del Foro, cioè se  $D_{\rm S} \leq D_{\rm F}$ , il foro produce una immagine del Sole che ha una zona centrale, da ogni punto della quale si vede l'intero disco solare, circondata da una fascia di "penombra", dai punti della quale si vede parte del Sole e parte del cielo circostante.

Per questo motivo l'immagine prodotta ha una zona centrale di diametro =  $(D_F - D_S)$ , in cui l'illuminamento è costante, circondata da una fascia di "penombra" di larghezza  $D_{\!\scriptscriptstyle F}$  .

L'illuminamento della zona centrale vale  $J_{S Im} = J_0$ 

La presenza di eventuali macchie contribuisce soltanto a diminuire l'illuminamento medio.

Se si ha una macchia con diametro "lineare" minore del diametro del Foro, cioè se  $D_{\scriptscriptstyle m} \leq D_{\scriptscriptstyle F}$  , allora il foro produce una immagine che ha una zona centrale da ogni punto della quale si vede l'intera macchia.

In questa zona, con diametro =  $(D_F - D_m)$ , l'illuminamento prodotto dalla sola macchia (se fosse l'unica sorgente luminosa) è costante e vale  $J_{im} = J_m$ .

### CASO CON $D_m < D_F < D_S$

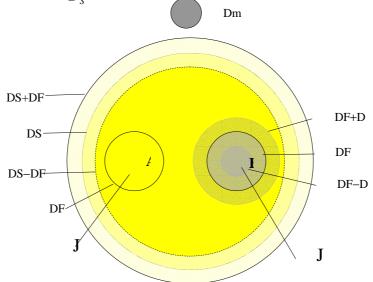
Se il diametro del Foro è minore di quello della immagine del Sole, cioè se  $D_F \leq D_S$ , il foro produce una immagine del Sole che ha una zona centrale, da ogni punto della quale si vede unicamente parte del disco solare, circondata da una fascia di "penombra", dai punti della quale si vede invece parte del disco del Sole e parte del cielo circostante.

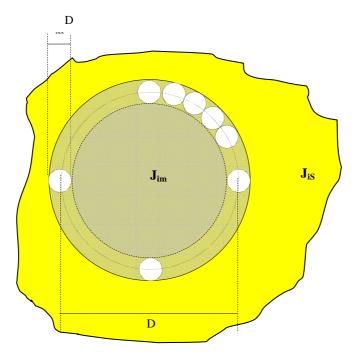
Per questo motivo l'immagine prodotta ha una zona centrale di diametro  $=(D_S-D_F)$ , in cui l'illuminamento è costante, circondata da una fascia di "penombra" di larghezza  $D_F$ . Se attraverso il Foro **si vede una parte di questa zona centrale dove non vi sono macchie solari** (punto A in figu-

ra), allora in essa l'illuminamento vale 
$$J_{S\_Im} = J_0 \cdot \left(\frac{D_F}{D_S}\right)^2$$
 .

Se invece attraverso il Foro si vede una parte della zona centrale in cui è presente una macchia solare (punto B

in figura), si ha :  $J_{S_{-Im}} = J_0 \cdot \frac{\left(D_F^2 - D_m^2\right)}{D_c^2}$  essendo  $D_m$  il diametro "lineare" della macchia.





In presenza di una macchia sul Sole **nella zona della immagine centrata sul centro della macchia** di diametro  $=(D_F-D_m)$  (punto B in figura), si ha un illuminamento complessivo dato dalla somma della luce proveniente dalla "sorgente" macchia, e da quella proveniente dalla "sorgente" disco solare.

- Il Sole produce l'illuminamento = 
$$J_0 \cdot \frac{\left(D_F^2 - D_m^2\right)}{D_S^2}$$

– La macchia l'illuminamento = 
$$J_{m0} \cdot \left(\frac{D_m}{D_S}\right)^2$$
 e quindi

$$J_{im} = J_0 \cdot \frac{\left(D_F^2 - D_m^2\right)}{D_S^2} + J_{m0} \cdot \left(\frac{D_m}{D_S}\right)^2 \qquad \text{e infine}$$

$$J_{im} = \frac{J_0 \cdot \left(D_F^2 - D_m^2\right) + J_{m0} \cdot D_m^2}{D_S^2} = \frac{J_0 \cdot D_F^2 - \left(J_0 - J_{m0}\right) \cdot D_m^2}{D_S^2} \quad (1)$$

Nella zona della immagine da cui non si vede la macchia (punto A in figura), l'illuminamento è invece :

$$J_{iS} = J_0 \cdot \frac{D_F^2}{D_S^2}$$

 $J_{iS}$  si può considerare come l'illuminamento delle zone lontane dalla macchia.

Poiché la visibilità della macchia nella immagine del Sole dipende dalla diversità fra i valori del suo illuminamento e di quello delle zone del disco solare ad essa circostanti è utile considerare il parametro  $R_{mS}$  definito come rapporto fra questi illuminamenti .

$$R_{mS} = \frac{J_{im}}{J_{iS}} = \frac{J_0 \cdot (D_F^2 - D_m^2) + J_{m0} \cdot D_m^2}{J_0 \cdot D_F^2}$$

Oppure il parametro  $F_K$  dato da

$$F_{K} = R_{mS} \cdot J_{0} = \frac{J_{0} \cdot (D_{F}^{2} - D_{m}^{2}) + J_{m0} \cdot D_{m}^{2}}{D_{F}^{2}}$$
(2)

Altri parametro diversi sono il contrasto di Weber  $C_W$  , quello semplice  $^{53}$   $C_S$  e la quantità V dati da :

$$C_{W} = \frac{J_{iS} - J_{im}}{J_{im}} = \frac{D_{m}^{2} \cdot (J_{0} - J_{m0})}{D_{F}^{2} \cdot J_{0} - D_{m}^{2} \cdot (J_{0} - J_{m0})}$$

$$C_{S} = \frac{J_{iS}}{J_{im}} = \frac{D_{F}^{2} \cdot J_{0}}{D_{F}^{2} \cdot J_{0} - D_{m}^{2} \cdot (J_{0} - J_{m0})}$$

$$V = \frac{J_{iS} - J_{im}}{J_{iS}} = \frac{D_{m}^{2} \cdot (J_{0} - J_{m0})}{D_{F}^{2} \cdot J_{0}}$$

Come si vede il Contrasto Semplice C<sub>S</sub> è uguale all'inverso di R<sub>mS</sub>:  $C_S = \frac{1}{R_{mS}}$ 

Da notare che  $R_{mS}$  e V sono sempre minori o uguale a 1 mentre  $C_W$  e  $C_S$  sono sempre maggiori o uguali a 1e che la visione della macchia è tanto migliore quanto  $R_{mS}$ ,  $C_W$  e V sono grandi.

### 

Nel Caso in cui  $J_{m0} = 0$  si ha :

$$\begin{split} J_{im} &= \frac{J_0 \cdot \left(D_F^2 - D_m^2\right)}{D_S^2} & J_{iS} &= J_0 \cdot \frac{D_F^2}{D_S^2} \\ R_{mS} &= \frac{J_{im}}{J_{iS}} = \frac{D_F^2 - D_m^2}{D_F^2} & F_K &= R_{mS} \cdot J_0 = \frac{J_0 \cdot \left(D_F^2 - D_m^2\right)}{D_F^2} \\ C_W &= \frac{J_{iS} - J_{im}}{J_{im}} = \frac{D_m^2}{D_F^2 - D_m^2} & V &= \frac{J_{iS} - J_{im}}{J_{iS}} = \frac{D_m^2}{D_F^2} \end{split}$$

Simple Contrast values are often used in photography, to specify the difference between bright and dark parts of the picture. This definition is not useful for real-world luminances, because of their much higher dynamic range and the logarithmic response characteristics of the human eye.  $C_{\text{simple}} = L_{\text{max}} / L_{\text{min}}$ 

**Luminance** - Photometric brightness is an old and deprecated term for luminance.

The physical measure of brightness.

Luminous intensity per unit projected area of any surface, as measured from a specific direction.

<sup>&</sup>lt;sup>53</sup> **Contrast** (*photometry*/physiology) is the relationship between the *luminance* of a brighter area of interest and that of an adjacent darker area. Mathematically, the difference between the two *luminances* divided by the lower *luminance* This definition is also called **Weber Contrast**, and is the most commonly useful one in the context of lighting.  $C = (L_{max} - L_{min}) / L_{min}$ 

# 

Se  $J_{m0} o J_0$  cioè se la macchia ha la stessa luminosità del Sole-cioè è molto debole - , allora :

$$R_{mS} = 1$$
 ;  $F_K = J_0$  ;  $C_W = 0$  ;  $C_S = \frac{J_{iS}}{J_{im}} = 1$  ;  $V = 0$ 

Se invece fosse  $J_0 o J_{m0}$  l'intero disco del Sole sarebbe coperto da macchie con

$$R_{mS} = 1$$
;  $F_K = J_{m0}$ ;  $C_W = 0$ ;  $C_S = \frac{J_{iS}}{J_{im}} = 1$ ;  $V = 0$ 

Se si ha una macchia solare piccolissima  $D_m o 0$  allora

$$R_{mS} = 1;$$
  $F_K = J_0$ ;  $C_W = 0$  e  $C_S = \frac{J_{iS}}{J_{im}} = 1;$   $V = 0$ 

# $CASO\ CON\ D_m < D_F < D_S \qquad For o con \ dimensione \ minima \ teorica.$

L'immagine "più nitida" che si può ottenere con un foro stenopeico si ha quando il diametro del foro vale  $D_{FO}\cong \frac{\sqrt{L}}{86} \ \text{con L e D}_{F0} \ \text{in cm} \ .$ 

In questo caso l'illuminazione dell'immagine della macchia vale circa:

$$J_{im} \cong J_0 \cdot \left(\frac{40}{32}\right)^2 \cdot \frac{1}{L} \cdot \left[1 - L \cdot \left(\frac{\Phi_m'}{40}\right)^2 \cdot \frac{J_0 - J_{m0}}{J_0}\right]$$

$$J_s = J_0 \cdot \frac{D_F^2}{D_s^2} \cong \left(\frac{40}{32}\right)^2 \cdot \frac{J_0}{L} \cong 1.56 \cdot \frac{J_0}{L} \quad \text{con L in cm}$$

e quindi

$$R_{mS} \cong 1 - L \cdot \left(\frac{\Phi_{m}}{40}\right)^{2} \cdot \frac{J_{0} - J_{m0}}{J_{0}} \qquad V \cong L \cdot \left(\frac{\Phi_{m}}{40}\right)^{2} \cdot \frac{J_{0} - J_{m0}}{J_{0}}$$

essendo  $\Phi_{\rm m}$ ' il diametro della "macchia" in primi d'arco.

Questo è il caso in cui il contrasto fra immagine della macchia e luminosità di fondo dovuta al disco del Sole, è

Occorre però ricordare che in questo caso, a causa della ridotta dimensione del foro, l'illuminamento della immagine del Sole è molto basso.

Affinché sia  $D_F \ge D_m$  occorre che il diametro della macchia sia  $\Phi_m \le \frac{40}{\sqrt{L}}$  (con L in cm) e quindi , nel caso

del disco di Venere (1 '), occorre un valore di L < 1600 cm.

Sempre nel caso di una macchia del diametro di 1' è necessario avere un foro con il diametro superiore a :

$$D_F \ge \frac{L}{3440}$$

Ad es. con  $J_0 = 100000$  lux e L = 30 m il diametro minimo teorico sarebbe  $D_{F0} = 6.5$  mm e il diametro di Venere = 0.87 cm : il foro sarebbe troppo piccolo.

## CASO CON $D_m = D_F < D_S$

Se  $D_m \to D_F$ , cioè se si riduce il foro sino a quando il suo diametro è uguale a quello della macchia sul Sole, la zona centrale della "immagine" della macchi si riduce a un punto e per esso si ha :

$$R_{mS} = \frac{J_{m0}}{J_0};$$
  $F_K = J_{m0};$   $C_W = \frac{J_0 - J_{m0}}{J_{m0}};$   $C_S = \frac{J_0}{J_{m0}};$   $V = \frac{J_0 - J_{m0}}{J_0};$ 

In questo caso l'illuminamento della "immagine" della macchia , che ha diametro  $2 \cdot D_F$  , va dal valore  $J_{iS}$  al valore  $J_{m}$ . Supponendo la variazione dell'illuminamento lineare nella zona centrale di diametro  $D_F$  si ha :

$$R_{mS} = \frac{J_0 + 2 \cdot J_{m0}}{3 \cdot J_0} \qquad F_K = \frac{J_0 + 2 \cdot J_{m0}}{3}$$

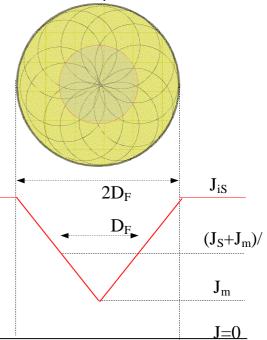
$$C_W = \frac{2 \cdot (J_0 - J_{m0})}{J_0 + 2 \cdot J_{m0}} \qquad V = \frac{2 \cdot (J_0 - J_{m0})}{J_0}$$

# $CASO\ CON\ D_F < D_m < D_S$

Se il diametro del Foro è minore di quello della macchia, cioè se  $D_F \leq D_m$ , il foro produce una immagine della macchia che ha una zona centrale da ogni punto della quale si vede **unicamente parte della macchia stessa**.

Questa zona centrale è circondata da una fascia di "penombra", dai punti della quale si vede invece parte della macchia e parte del disco del Sole.

Per questo motivo la zona centrale dell'immagine, di diametro  $=(D_m-D_F)$ , ha un illuminamento costante ed è circondata da una fascia di "penombra" di larghezza  $D_F$ .

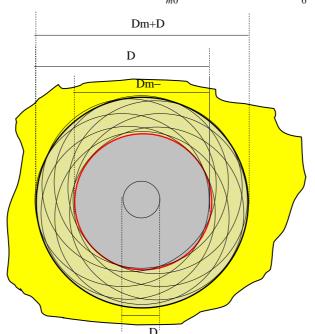


L'illuminamento centrale vale ora:

$$\boldsymbol{J}_{im} = \boldsymbol{J}_{m} \cdot \left(\frac{D_{F}}{D_{m}}\right)^{2} = \boldsymbol{J}_{m0} \cdot \left(\frac{D_{m}}{D_{S}}\right)^{2} \cdot \left(\frac{D_{F}}{D_{m}}\right)^{2} = \boldsymbol{J}_{m0} \cdot \left(\frac{D_{F}}{D_{S}}\right)^{2}$$

Quello di una zona più esterna :  $J_{S\_Im} = J_0 \cdot \left(\frac{D_F}{D_S}\right)^2$ 

$${\rm e \; quindi} : R_{{\it mS}} = \frac{J_{{\it m0}}}{J_{{\it 0}}} \; \; ; \qquad F_{{\it K}} = J_{{\it m0}} \; \; ; \qquad C_{{\it W}} = \frac{J_{{\it 0}} - J_{{\it m0}}}{J_{{\it m0}}} \; \; ; \qquad V = \frac{J_{{\it 0}} - J_{{\it m0}}}{J_{{\it 0}}} \; \; ; \qquad V = \frac{J_{{\it 0}} - J_{{\it m0}}}{J_{{\it 0}}} \; \; ; \qquad V = \frac{J_{{\it 0}} - J_{{\it m0}}}{J_{{\it 0}}} \; \; ; \qquad V = \frac{J_{{\it 0}} - J_{{\it m0}}}{J_{{\it 0}}} \; ; \qquad V = \frac{J_{{\it 0}} - J_{{\it 0}}}{J_{{\it 0}}} \;$$



#### VISIBILITÀ

Quando osserviamo l'immagine di una macchia sul disco del Sole, lo stimolo che colpisce il nostro occhio è proporzionale all'illuminamento, mentre la sensazione che esso provoca (cioè quello che "vediamo") dipende dal comportamento del sistema occhio-cervello.

La legge di Weber - Fechner afferma che il grado di risposta di un organo di senso, cioè la sensazione prodotta da esso, è proporzionale al logaritmo dell'intensità dello stimolo che ha agito sull'organo stesso.

Nel nostro caso avremo allora  $J_P = lon(J_V)$  ove ho indicato con  $J_P$  l'illuminamento *percepito* e con  $J_V$  quello *reale* (vero).

Derivando l'espressione si ha  $dJ_P = \frac{dJ_V}{J_V}$ , che dice che per poter percepire una data variazione di  $J_P$  occorre ave-

re una dato valore del rapporto  $\left. dJ_{_{V}}/J_{_{V}} \right.$  .

Nel caso dell'immagine di una macchia all'interno di quella del Sole possiamo allora dire che la più piccola sensazione avvertibile **non è** provocata da una data differenza fra gli illuminamenti della "immagine" più scura della macchia e della zona circostante, ma è prodotta da un dato valore del rapporto fra questa differenza e l'illuminamento complessivo.

Quindi per poter "vedere" un certo contrasto fra le due zone, occorre che il rapporto che ho indicato con V sia superiore a un dato valore.

Occorre in ogni caso tener conto anche dell'illuminamento diffuso  $J_d$  dovuto alla luce indiretta che colpisce l'immagine sullo schermo  $^{54}$ .

Poiché questo illuminamento si somma a quello della immagine della macchia e a quello dell'immagine del Sole, risulta :

$$V_d = \frac{J_{iS} - J_{im}}{J_{iS} + J_d}$$

Le teorie della visione indicano in circa 1.6% (1/60) il valore minimo del rapporto ricordato per poter "percepire" una qualche differenza, in condizioni di "laboratorio".

A mio parere questo valore è eccessivamente ottimistico e deve essere almeno raddoppiato.

### 

### NOTA

Luminanza Sole B0

Illuminamento prodotto dal Sole J0

Diametro Sole = 32'

$$B_0 = 160000 \text{ stilb } = 1.6 \cdot 10^9 \text{ cd} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{mt}^{-2}$$

$$\Phi_{Sole-sr} = \frac{\pi}{4} \cdot (\Phi_{Sole-rad})^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (107.5)^{-2} = 1/14713.9 \text{ sr}$$

$$J_S = B_0 \cdot \Phi_{Sole-sr} = 108740 \text{ lux}$$

Luminanza Luna

Illuminamento prodotto dalla Luna Piena

Diametro Luna = 31'

$$B_{Luna} = 3450 \text{ cd} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{mt}^{-2}$$
  $J_{LunaPiena} = 0.25 \text{ lux}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>54</sup> L'illuminazione indiretta J<sub>d</sub> proviene principalmente dalla luce diffusa dalla parte libera del cielo visibile dalla zona del piano considerato, dalla luce riflessa dalle nuvole e dalle pareti di eventuali edifici circostanti, ecc.

Il suo valore può variare molto dipendendo sia dalla velatura del cielo, sia dalla situazione atmosferica momentanea (nubi), sia dalla presenza di vegetazione che impedisce una diretta visione di una parte della volta celeste, sia infine dalla situazone architettonica locale (pareti ed edifici circostanti, caratteristiche di riflessione e di colore della loro superfici, ecc.)

All' interno di chiese i valori di  $J_d$  variano in genere da 1/10 a 1/100 dei valori di  $J_0$ ; in un locale completamente buio si ha ovviamente  $J_d$ = 0

#### SORGENTE DI DIMENSIONI INFINITESIME

Se supponiamo la sorgente (Sole) di dimensioni infinitesime l'immagine del disco solare ha le stesse dimensioni e la stessa forma del Foro (perpendicolare ai raggi) e il suo illuminamento è uguale a quello di una superficie posta in pieno sole, cioè  $=J_0$ .

L'immagine è molto netta e non presenta nessuna fascia di penombra.

Se il Sole è coperto completamente da una grande macchia, l'effetto è uguale a quello che si avrebbe oscurando il foro, cioè annerendo un vetro posto su di esso senza annullare la trasparenza.

L'illuminamento in questo caso sarebbe =  $J_{m0}$ .

Nel caso poi che sul Sole vi sia solo una piccola macchia si ha lo stesso effetto che si avrebbe creandone una di diametro  $D_{\rm m}$ , su un vetro trasparente posto sul foro.

L' immagine questa macchia sarebbe anche essa netta, perfettamente a fuoco e senza penombra.

In queste ipotesi l'illuminamento medio della immagine di diametro  $D_F$  è :

$$F_K = \frac{J_0 \cdot (D_F^2 - D_m^2) + J_{m0} \cdot D_m^2}{D_F^2}$$
 (2)

La formula è valida per  $D_m \leq D_F$ .

Nelle ipotesi considerate, se si ha  $D_m \ge D_F$  tutta l'immagine è coperta dalla macchia e quindi :  $F_K = J_{m0}$ 

## 

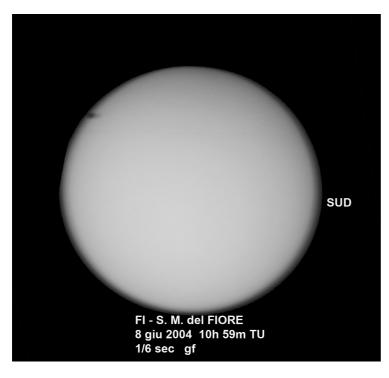
#### Esempio 1

Vedi fotografia iniziale

- Località: Formello (Roma) Latitudine = 42° 5'
- Declinazione del Sole = -21.06° Diametro del Sole = 32.5°
- Altezza del Foro = 669 cm
- Distanza Foro-immagine = 1319.2 cm
- Diametro E-W dell' immagine del Sole (valore teorico) = 12.5 cm
- Diametro Foro  $D_F = 0.8 \text{ cm} \text{Diametro minimo teorico} = 0.6 \text{ cm}$
- $\Phi$ m = 2'= 1/1720 rad (valore ipotizzato)
- Jm = 0.2 J<sub>0</sub>
- Diametro teorico immagine macchia  $Dm = L*\Phi m = 0.77$  cm
- Siamo nel caso in cui Dm= D<sub>F</sub>
- L'"immagine" della macchia è formata da una zona centrale, con diametro trascurabile, circondata da una fascia di "penombra" di larghezza 0.8cm. In complesso il "diametro" della immagine della macchia è circa 1.6 cm (circa 1/8 del diametro solare)
- Gli illuminamenti risultano  $J_S = 410 \text{ lux}$ ;  $J_m = 82 \text{ lux}$
- Il rapporto (illuminamento macchia/illuminamento Sole) vale R = 0.20
- V= 0.80 il contrasto è molto buono sia per la dimensione piccola del foro che per la grande dimensione della macchia.

#### Esempio 2

- Passaggio di Venere 8 Giugno 2004
- Firenze . S. Maria del Fiore Latitudine =  $44^{\circ}$  Decl. Sole =  $23^{\circ}$
- Altezza Foro = 90.1 m Diametro E-W dell' immagine del Sole (valore teorico) = 90 cm
- Diametro Foro  $D_F = 5 \text{ cm} \text{Diametro minimo teorico} = 1.1 \text{ cm}$
- Altezza Sole = 69°
- Distanza Foro-immagine = 9650 cm
- $\Phi m = 1' = 1/3440 \text{ rad}$  Jm = 0
- Diametro teorico immagine Venere  $Dm = L*\Phi m = 2.8$  cm
- Siamo nel caso in cui  $Dm < D_F$  anche se il loro rapporto è soltanto = 1.8
- L'"immagine" di Venere ha la forma del foro : è formata da una zona centrale di dimensioni  $(D_F Dm) = 2.2$  cm circondata da una fascia di "penombra" di larghezza = 2.8 cm
- La dimensione complessiva = 7.8 cm, equivalente a circa 2.8'di diametro
- Gli illuminamenti risultano  $J_S = 310 \text{ lux}$ ;  $J_m = 212 \text{ lux}$
- Il rapporto (illuminamento macchia/illuminamento Sole) vale R = 0.86
- V= 0.32 : contrasto buono.



Questa breve nota, proseguimento di un mio precedente articolo sull'argomento<sup>55</sup>, è stato a lungo discusso e completato, grazie ai suggerimenti del Dr. Frank King - Computing for Natural Scientists- Cambridge University

Fotografia del Transito di Venere Grande Gnomone Fiorentino Chiesa di S. Maria del Fiore a Firenze

 $<sup>^{55}\</sup> IL\ FORO\ DELLE\ MERIDIANE\ A\ CAMERA\ OSCURA\ -\ XII\ Seminario\ Nazionale\ di\ Gnomonica\ -\ Rocca\ di\ Papa-10/2003$