

TRASPARENZE GNOMONICHE
GIUSEPPE ZUCALÀ

ESTRATTO

Vengono presentati degli originali strumenti solari nei quali quelle che sono le normali funzioni del quadrante e dello gnomone, vengono scambiate tra loro: è il quadro a proiettarsi sul punto gnomonico. Ne risultano orologi solari a linee orarie e diurne, e portatili d'altezza, che, in base alla forma (piramidale, cilindrica, conica, ...) hanno, ovviamente, ognuno i propri specifici algoritmi matematici per il calcolo e il disegno. Tutte le tipologie considerate sono facilmente realizzabili con cartoncino e fogli acetati trasparenti.

Marchiamo su di un piano un punto gnomonico indicatore e intorno ad esso sistemiamo una o più superfici trasparenti sulle quali siano opportunamente riportate linee orarie e di data. In questo modo l'intero quadro gnomonico per trasparenza si proietterà sul punto gnomonico risultandone un spettacolo singolare e sempre mutevole.

In questo lavoro sono stati considerati tre possibili forme per strumenti di questo originale genere, e per tutti e tre la tipologia di altezza, a tempo solare vero, a tempo solare medio. Le forme considerate e proposte, tutte calcolate e disegnate per la latitudine e la longitudine di Bari, sono:

- piramide retta quadrata;**
- cono retto;**
- cilindro retto.**

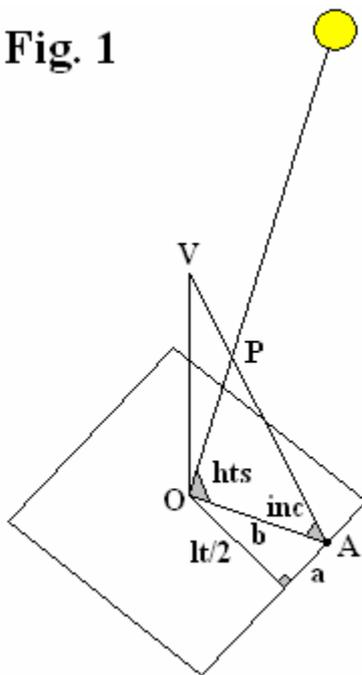
Consideriamo la **piramide**.

Sia **lt** il lato di base e **ang** l'angolo che la faccia laterale della piramide forma con il piano quadrato di base al cui centro sta il punto gnomonico **O** indicatore.

Nel caso di strumento di altezza conveniamo di avere come linea di data **AV** un segmento che da un punto del lato di base converge al vertice e giacente sulla superficie trasparente di una faccia laterale della piramide.

Detto **a** la distanza del punto **A** dal punto medio del lato di base e **hts** l'altezza del sole, le relazioni matematiche per un punto **P** della linea di data che si proietti sul punto gnomonico **O** al centro della base (**Fig. 1**) sono:

Fig. 1



$$VO = lt/2 * \tan \text{ang};$$

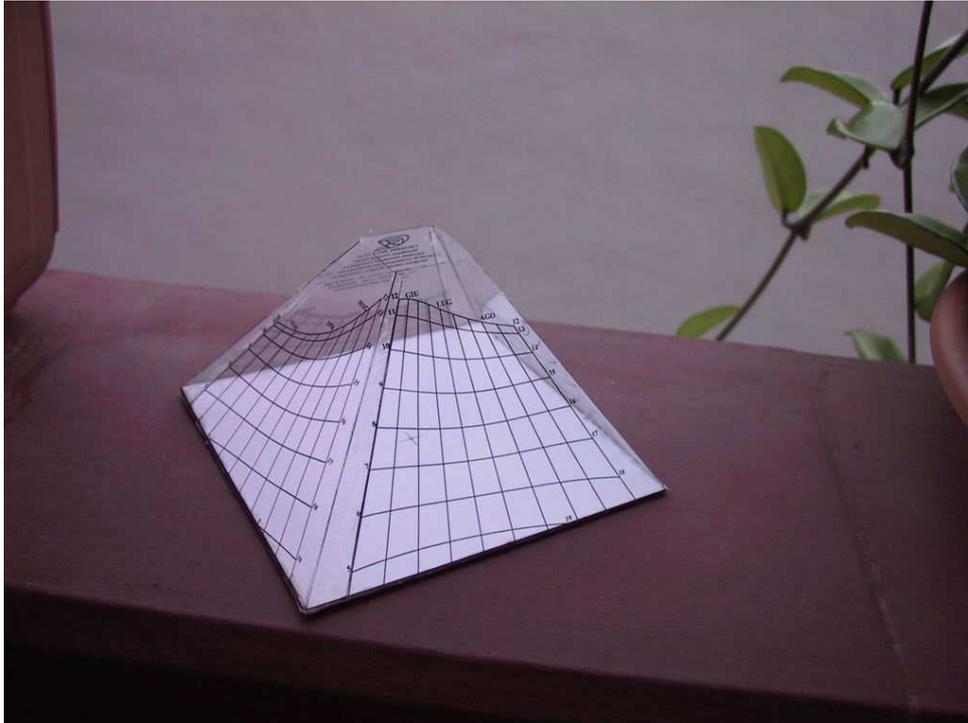
$$b = \text{sqr} ((lt/2)^2 + a^2);$$

$$\text{inc} = \text{atn} (VO / b);$$

$$AP = b * \sin \text{hts} / \sin (\text{hts} + \text{inc}).$$

Ripetendo tale procedura per i punti **P** delle varie ore della data considerata e per le varie linee di data e deputando ogni singola faccia (con un qualsiasi criterio che assegni ad una data un corrispondente punto **A**) ad ogni stagione

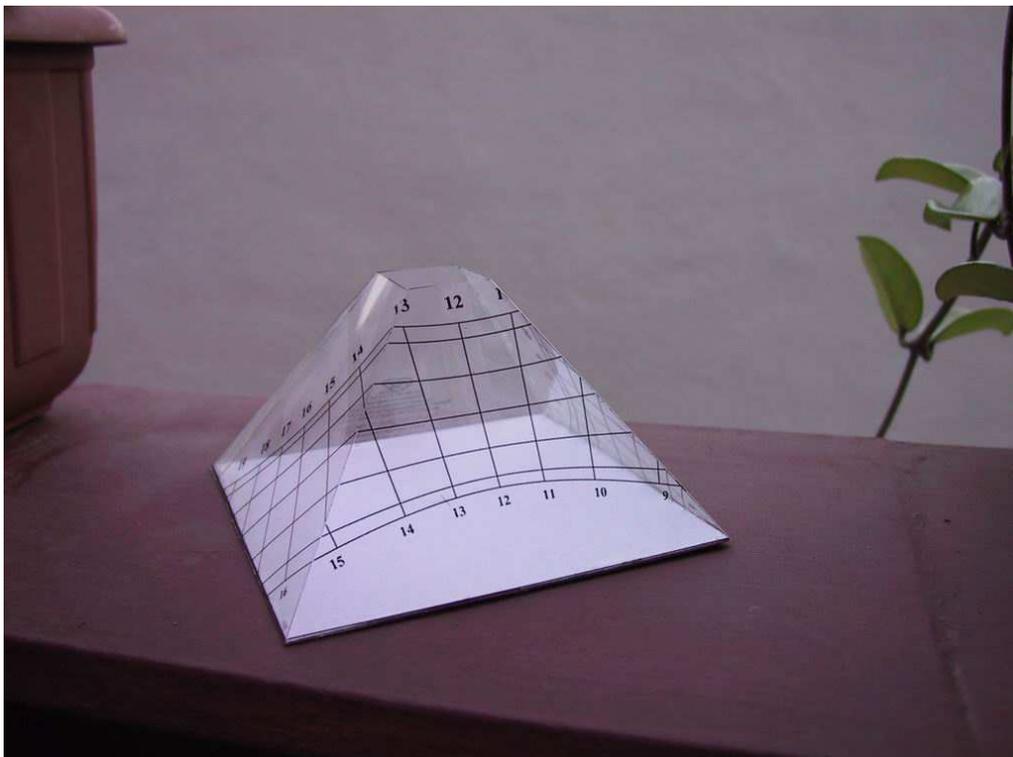
si copre l'intero anno. Si ottiene così uno dispositivo come quello riportato nell'immagine sotto. Lo strumento per funzionare va fatto ruotare orizzontalmente fino a quando la faccia della stagione ed in particolare la linea di data corrispondente proietti la sua ombra sul punto gnomonico ed, in corrispondenza delle linee orarie trasversali anch'esse proiettate, si legge l'ora con l'ovvia ambivalenza fra antimeridiane e pomeridiane.

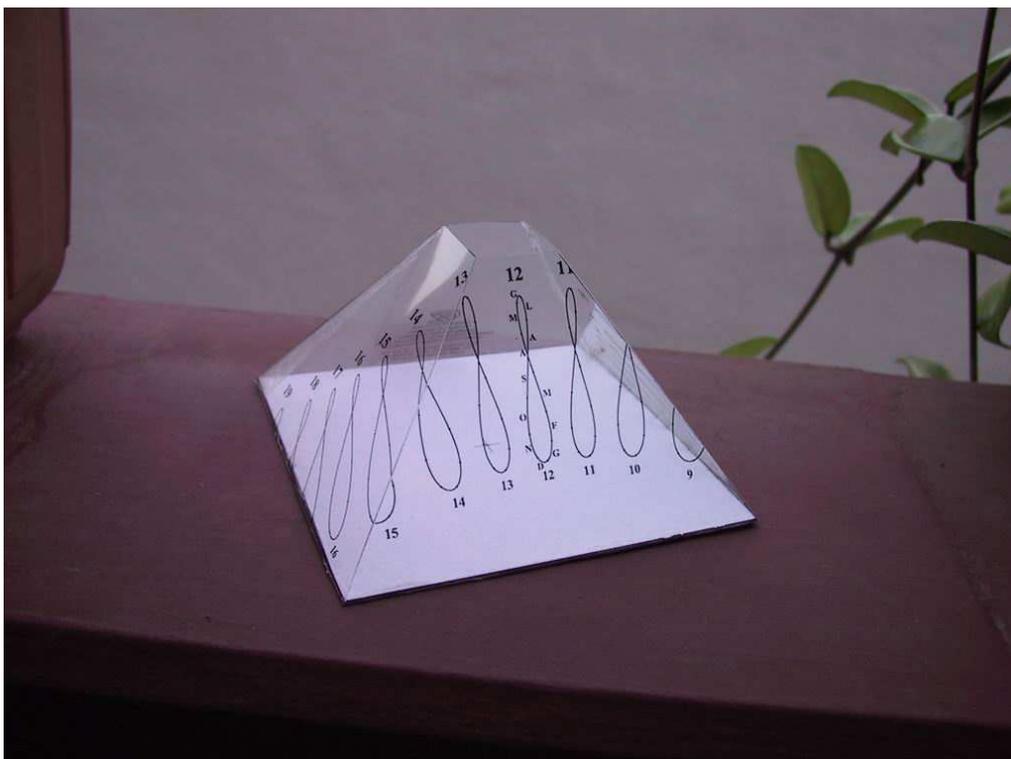


Nel caso di strumento ad ore solari vere locali o ad ore medie del fuso, partiamo dalla conoscenza dell'azimut **azs** e dell'altezza **h_s** del sole per una data ed un'ora considerate. Consideriamo ogni faccia trasparente esattamente come se fosse un quadrante inclinato e declinante, ma ribaltato, il cui ortostilo di lunghezza $lt/2 * \sin \text{ang}$ è posto lungo l'apotema ad una distanza $lt/2 * \cos \text{ang}$ da punto medio del lato di base. Si procede con uno dei tanti algoritmi per il calcolo di quadranti inclinati ($90 - \text{ang}$) e de-

clinati (uno a Sud, uno ad Est, uno a Nord ed uno a Ovest). Le declinazioni possono essere ovviamente, come l'inclinazione, del tutto arbitrarie.

Le coordinate dei punti così ottenute dal calcolo vanno ovviamente riportate invertite nei valori (alto in basso ; destra a sinistra) e tracciate così le varie linee orarie e di data, il risultato è quello che si può vedere nelle due immagini seguenti.





Consideriamo il **cono**.

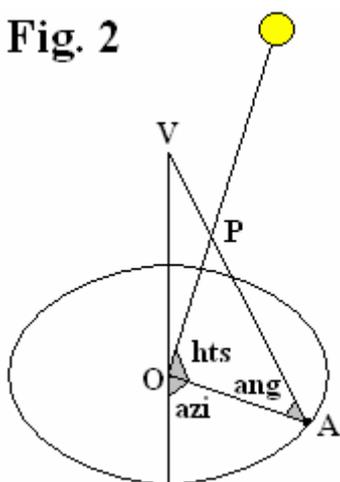
Sia **rg** il raggio del cerchio di base e **ang** l'angolo che l'apotema del cono forma sulla base al cui centro sta il punto gnomonico **O** indicatore.

Nel caso di strumento di altezza conveniamo di avere come linea di data **AV** un apotema del cono.

Detto **hts** l'altezza e **azi** l'azimut del sole, la relazione matematica per un punto **P** della linea di data che si proietta sul punto gnomonico **O** al centro della base (**Fig. 2**) si traduce in:

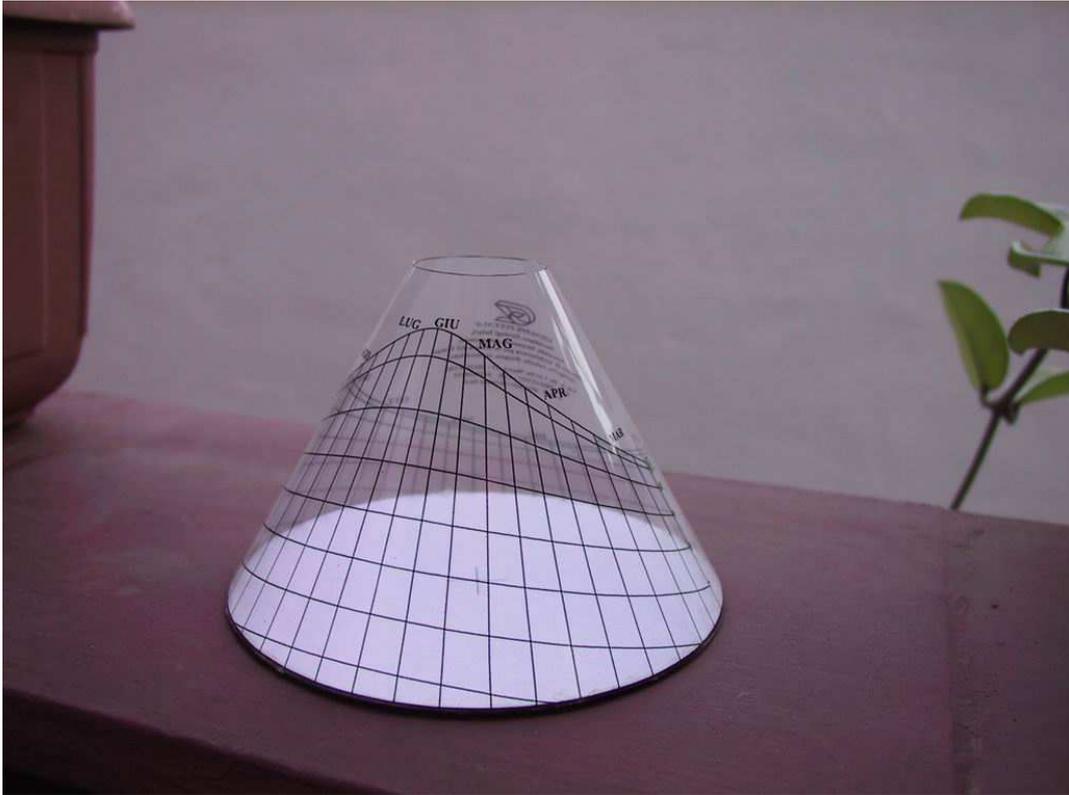
$$AP = rg * \sin hts / \sin (hts + inc).$$

Fig. 2



Nel caso di strumento di altezza non si considera, ovviamente, l'azimut del sole. Con un qualsiasi criterio che assegni ad una data un corrispondente un corrispondente valore di angolo al centro relativo ad **A**, si riportino questi dati sullo sviluppo della superficie laterale conica tenendo presente che il suo raggio è **ragv = rg / cos ang** e ampiezza totale **angv = 360 * cos ang**.

Per ogni linea di data (apotemi) lungo distribuite lungo la circonferenza di base si ripete tale procedura per le varie ore e si ottiene così, sul settore circolare, sviluppo delle superficie laterale conica, il quadrante completo. Lo strumento per funzionare va fatto ruotare orizzontalmente fino a quando la linea di data corrispondente proietta la sua ombra sul punto gnomonico ed, in corrispondenza delle linee orarie trasversali anch'esse proiettate, si legge l'ora con l'ovvia ambivalenza fra antimeridiane e pomeridiane. Si può definire tale strumento una sorta "intro-proiezione" dell'orologio conico d'altezza, già proposto dall'autore nel seminario di gnomonica del 1994.

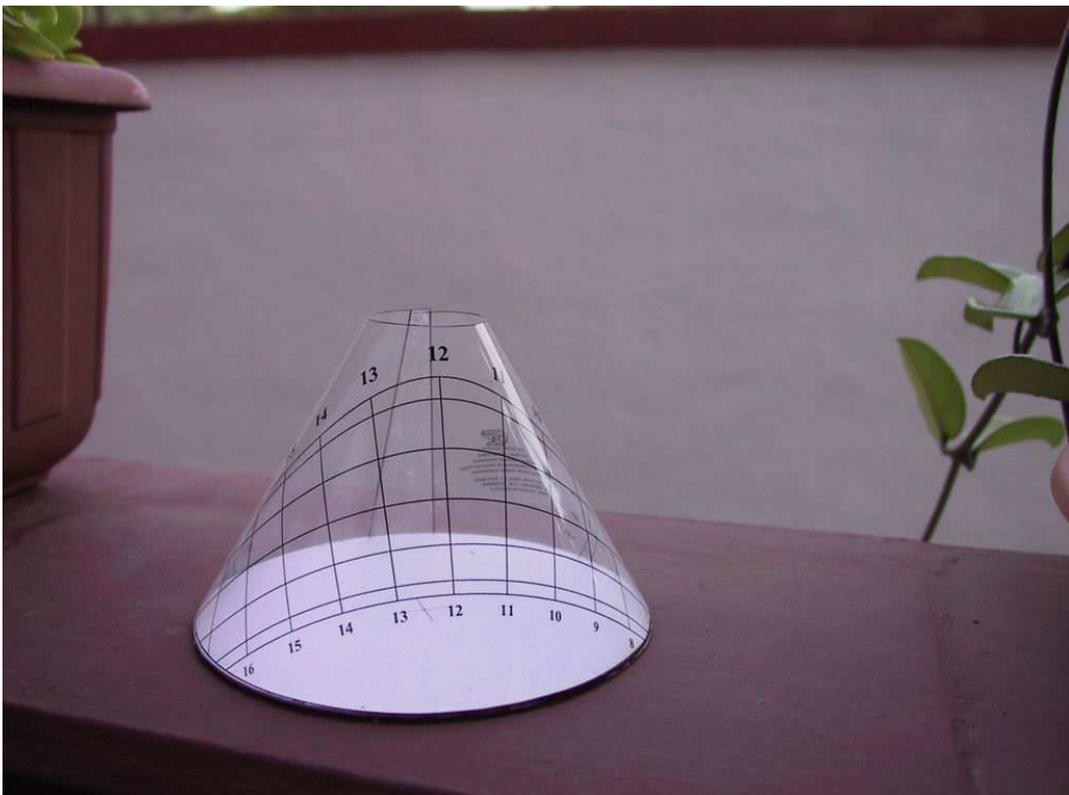


Nel caso di strumento ad ore solari vere locali o ad ore medie del fuso bisogna considerare l'azimut del sole. Detto **hts** l'altezza e **azs** l'azimut del sole, le relazioni matematiche per un punto **P** della linea di data si proiettino sul punto gnomonico **O** al centro della base si traduce, in coordinate polari, sullo sviluppo delle superficie laterale conica, in:

$$AP = rg * \sin hts / \sin (hts + inc);$$

$$\text{angolo nel settore circolare} = azs * \cos ang.$$

Disegnate le linee orarie e di data si ottiene sul settore circolare, sviluppo delle superficie laterale conica, il quadrante è completo ed il risultato è quello delle due immagini sottostanti.





Consideriamo il **cilindro**.

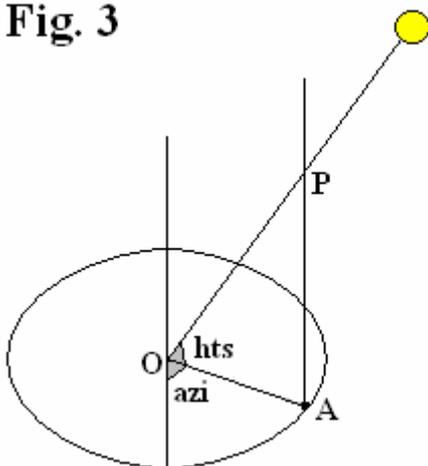
Sia **rg** il raggio del cerchio di base e nel cui centro **O** sta il punto gnomonico indicatore.

Nel caso di strumento di altezza conveniamo di avere come linea di data un apotema generatrice del cilindro.

Detto **hts** l'altezza e **azi** l'azimut del sole, la relazione matematica che un punto **P** della linea di data che si proietta sul punto gnomonico **O** al centro della base (**Fig. 3**) si traduce in:

$$AP = rg * \tan hts$$

Fig. 3



Nel caso di strumento di altezza non si considera, ovviamente, l'azimut del sole. Distribuite con un opportuno criterio le linee di data (apotemi generatrici) lungo la circonferenza di base e, ripetendo tale procedura per le varie ore e date, riportandone i punti **P** si ottiene sul rettangolo, sviluppo delle superficie laterale cilindrica, il quadrante completo. Lo strumento per funzionare va fatto ruotare fino a quando la linea di data corrispondente proietta la sua ombra sul punto gnomonico ed, in corrispondenza delle linee orarie trasversali anch'esse proiettate, si legge l'ora con l'ovvia ambivalenza fra antimeridiane e pomeridiane. Si può definire tale strumento una sorta "intro-proiezione" del cilindro del pastore.



Nel caso di strumento ad ore solari vere locali o ad ore medie del fuso bisogna considerare l'azimut del sole. Detto **hts** l'altezza e **azs** l'azimut del sole, e **Ingret** la lunghezza da riportare sul lato di base del rettangolo sviluppo della superficie laterale del cilindro, la condizione matematica che un punto **P** della linea di data si proietti sul punto **O** gnomonico al centro della base si traduce in coordinate rettangolari:

$$AP = rg * \sin hts / \sin (hts + inc);$$

$$Ingret = azs * rg / 180.$$

Disegnate le linee orarie e di data si ottiene sul rettangolo, sviluppo delle superficie laterale cilindrica, il quadrante è completo ed il risultato è quello delle due immagini sotto-stanti.



